

基于混沌、分形理论的多径衰落分析

胡 刚, 朱世华, 谢 波

(西安交通大学电子与信息工程学院, 陕西西安 710049)

摘 要: 本文首次将混沌、分形等非线性理论引入多径衰落的研究, 针对现场实测数据分析了它的非线性动力特征. 首先通过重构状态空间和关联维数验证了其动力机制的有限维自由度, 然后通过计算其 Lyapunov 指数考察了系统的时空演化特性, 最后利用分形机制对多径信号进行了重构. 研究表明, 与传统的随机模型相比, 非线性动力模型能更恰当地描述多径衰落的内在物理机制.

关键词: 多径衰落; 混沌; 分形; 非线性动力系统; 分形内插

中图分类号: TN914. 4 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2003) 07-1032-04

Analysis of Multipath Fading Channels Using Chaos and Fractal Theories

HU Gang, ZHU Shizhua, XIE Bo

(School of Electronics and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract: This paper applies chaos and fractal theories to the analysis of multipath fading in mobile radio communications for the first time, and investigates its nonlinear dynamical system characteristics based on the measured data from field trials. By reconstructing the status space and correlation dimension, we show that the dynamical system of the multipath fading channels has finite degree of freedom and a positive maximum Lyapunov exponent. The chaotic characteristic of the multipath fading is demonstrated and the nonlinear evolution mechanism is observed. Finally, we apply fractal model to the interpolation of multipath signals, yielding reasonably accurate replications. The results indicate that the nonlinear dynamical system could be a more suitable model than the conventional random process for describing multipath fading phenomenon.

Key words: multipath fading; chaos; fractal; nonlinear dynamical systems; fractal interpolation

1 引言

多径传播是无线移动通信的主要特征, 是目前蜂窝小区移动通信系统中影响信号传输质量、限制系统容量、造成频谱利用率低的一个关键因素. 传统上对多径衰落的建模多采用随机分布模型, 常用的有瑞利分布、莱斯分布、对数正态分布、Nakagami 分布等等. 它们大多是出于经验和数据的拟合, 其物理机制和数学证明是不明确的. 正因如此, 对多径衰落的研究一直未能建立被广泛接受的随机数学模型.

多径衰落是由周围环境对发射信号所造成的综合效应, 体现了自然界中复杂电磁作用的规律. 在雷达信号领域, 人们早已发现雷达电磁波与复杂环境的相互作用能够产生混沌、分形现象. 文[1, 2]利用混沌和分形理论对地海杂波进行了探讨, 文[3]研究了粗糙表面上电磁波散射的分形特征, 文[4]应用分形模型讨论了周围物体对电波散射的影响. 以上研究结果表明, 多径衰落同样可能是一个非线性动力过程, 用非线性理论研究衰落模型可能比随机方法更为适合, 可在更深层次上揭示其形成机理. 但是, 目前这方面的研究仍处于空白.

本文利用混沌和分形理论来研究多径衰落, 应用实测数据验证了它的非线性动力特性. 首先简单介绍了混沌及相空间的理论基础, 接着从动力学角度出发分析和计算了多径信号的有限维自由度、非线性时空演化特征和混沌特性基本参数, 最后利用分形插值方法对多径信号进行重构, 取得了良好的实验结果.

2 多径衰落的非线性动力机制

确定性系统中的内在随机性被称为混沌, 它是一种典型的非线性动力系统. 混沌系统内在的有限个独立自由变量共同作用, 由简单的非线性方程产生极其复杂的行为. 相空间是由这些自由变量张成的有限维状态空间, 系统随时间的动力演化过程表现为空间中状态点的运动轨迹. 演化的最后系统收缩成低维吸引子, 其维数就是系统的分形维数 D .

与确定性线性系统和随机过程相比, 混沌动力特性表现出确定性和随机性的相互统一. 在相空间中, 空间的有限维自由度反映了混沌动力机制的确定性, 混沌的随机性则表现为运动轨迹的极其复杂性和对初始条件的极度敏感性. 混沌

系统的一个不严格定义是指一个有界确定性动力学系统有有限的维数并且至少具有一个正的 Lyapunov 指数。

多径衰落是由电波传播路径上各种物体产生的直射波、反射波、散射波和绕射波的相互干涉和串扰, 以及移动台运动和传播媒质时变而产生的多普勒频展等因素的综合效应, 因此表现出异常复杂的不规则性和动态特性。我们考虑这种复杂行为可能是一种混沌现象, 但是构造出多径衰落的动力微分方程将是十分困难的。所以要想在理论上严格证明多径信号是混沌运动, 至少在现阶段难度很大。本文从有限维自由度和系统时空演化过程这两个混沌定义的方面入手, 分别讨论多径衰落动力机制的确定性和随机性特征, 试图建立衰落信号表现为混沌行为的理论基础。

2.1.1 有限维自由度

随机过程具有无穷多个独立、不可约自由度, 表现出纯随机性。长期以来, 人们一直采用随机过程来刻画复杂物理现象。这对一些情况是适用的, 可实际上很多现象并非如此。采用随机模型更多是出于数学上方便, 因为它比非线性模型和方法在数学上要简单得多。但这样既忽视了具体现象的内在物理机制, 又增大了不必要的自由度。混沌理论认为自然界中许多貌似随机的复杂现象, 往往存在着内在规律性, 可以用有限的状态来描述。对于综合效应表现出异常复杂性的多径衰落, 其各条单径的生成机理却是确定和简单的。如果能够跟踪每条路径分量的电波传播过程, 可以发现其在无障碍空间中直线传播, 遇到障碍物表面时发生反射和绕射, 传播机理仍然遵循确定的电磁波规律, 并未发生异常的突变和无法解释的现象。这个事实实际上是目前一种常用的研究多径衰落的射线跟踪法的理论分析基础。

通过对系统相空间的分析, 可以了解系统的动力学特性。但对于多径衰落而言, 相空间并不知道, 只能得到系统的一些响应信号, 表现为实测时间序列数据。因此, 从时间序列重构系统的相空间具有重要的意义。目前还不存在具有严格理论基础的 reconstruction 方法, 常用 Takens 提出的延时相图法^[5]。设 $\{x_i, i = 1, 2, \dots, N\}$ 是观测到的时间序列, 将其嵌入到 m 维欧氏空间 R^m 中, 得到一个点集 $J(m)$, 其元素记作

$$X_n(m, k) = (x_n, x_{n+k}, \dots, x_{n+(m-1)k}), \quad n = 1, 2, \dots, N_m \quad (1)$$

构成重构相空间中的状态运动轨迹。其中 k 是延迟时间, 向量个数 $N_m = N - (m-1)k$ 是重构的状态点总数。根据 Takens 嵌入定理, 即使无从判断原系统独立变量的数量和性质, 只要嵌入维数 m 足够大, 此重构空间与系统的原相空间是微分同胚的, 重构状态点与系统吸引子具有相同的动力演化规律。

在重建相空间理论的基础上, 采用 QP 算法^[6]通过多径衰落的实测数据计算动力系统吸引子的关联维数。定义 $J(m)$ 中任意两状态点 X_i, X_j 间的欧几里德距离为 r_{ij} , 则相空间中所有两点间距离小于半径 r 的点数记为

$$C(r) = \frac{1}{N_m^2} \sum_{j=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_m} H(r - r_{ij}) \quad (2)$$

式中 H 是 Heaviside 函数:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases} \quad (3)$$

$C(r)$ 称为吸引子的关联积分函数, 它与半径 r 及关联维数 $D(m)$ 间满足下面的幂律关系

$$C(r) = r^{D(m)} \quad (4)$$

这样, $D(m)$ 可以由上式经双对数直线拟合求出。随着嵌入维数 m 的不同, $D(m)$ 的值也有所变化。对于具有有限维吸引子的混沌系统, 独立自由变量的个数有限, 必可满足嵌入定理, 因此 $D(m)$ 将随着 m 的增大而收敛到一个常值, 即

$$D_2 = \lim_{m \rightarrow \infty} D(m) \quad (5)$$

D_2 刻画了吸引子的几何性质, 实际上是系统的一种分形维数。而对于随机过程, 由于其自由度是无限的, $D(m)$ 随着 m 的增大并不收敛, 将呈现出越来越大的趋势。

因此, 通过分析关联维数随嵌入维数的变化趋势, 不仅可以计算得到系统吸引子的关联维数值, 更重要的是可以考察多径衰落动力机制有限维自由度的确定性特征。

2.1.2 时空演化特性

在重构相空间的基础上, 可以进一步分析动力系统的时空演化特性。对于确定性线性系统, 在某时刻的信号是稳定可预测的, 状态演化轨迹是平滑可微的, 并不存在无限微小的细节。与之不同, 混沌运动产生极其复杂的行为表现和长期不可预见性。这是因为混沌系统对初值具有敏感依赖性, 是其本质的特性。

Lyapunov 指数 K 是描述非线性系统动态特性的重要参数。假设系统从相空间中某个半径足够小的超球开始演变, 则第 i 个 Lyapunov 指数定义为:

$$K_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\log[r_i(t)/r_i(0)]}{t} \quad (6)$$

式中 $r_i(t)$ 是 t 时刻按长度排在第 i 位的超球球轴的长度, $r_i(0)$ 是初始球的半径。所以 Lyapunov 指数在混沌系统研究中的意义是: 若指数为负, 则表示相空间的轨迹是收缩的, 不会产生混沌; 指数为零表示运动轨迹稳定, 初始误差既不放大也不缩小; 若至少有一个指数为正, 则说明相空间运行轨迹迅速分离, 长时间动态行为对初始条件敏感, 意味着混沌。因此, 即使指数的大小是不知道的, 其符号也能提供动力系统的定性情况。

多径衰落实测信号的图形细节非常丰富, 看上去模糊一片, 没有几何特征, 状态演化轨迹极为复杂, 更多地表现出随机不可预测性。在不同蜂窝小区传播环境和不同的时刻, 多径衰落的特征差异很大。本文通过衰落信号的实测时间序列计算动力系统的最大 Lyapunov 指数 K_1 , 借助最大指数的符号来判断衰落动力机制与混沌系统间的关系, 从而考察多径衰落时空演化复杂随机性的生成机理。

针对一维时间序列, A. Wolf 在重构相空间的基础上提出了轨道跟踪法来计算动力系统的最大 Lyapunov 指数。近年来, 这种方法得到了较大的改进, 本文采用了文献[7]的算法, 具体公式在此不再赘述。

3 利用分形内插多径信号

内插是从现象的大尺度观测数据来拟合小尺度微观细节

的过程. 在第三代移动通信系统中, 为了克服多径衰落的影响, 上、下行链路均使用了导频信号来实现相干接收. 由于导频信号是时分复用的, 所以时隙中数据信道参数的估计只能根据导频部分的估计值通过某种算法来实现, 这实际上是对多径衰落的一种内插重演过程. 因此, 在初步分析多径衰落的非线性动力机制后, 下面探讨利用非线性模型来重演或预测多径信号的方法.

一般地, 内插是采用线性插值和样条拟合等手段实现的, 基于研究对象在小尺度上是线性、平滑的假设. 实际上很多现象的微观细节是复杂非线性的, 使用上述方法来进行内插不可避免地存在准确度差的缺点, 分形理论则恰恰强调了微观细节上的复杂性. 对于一类具有分形特性的复杂现象, 利用其整体与局部间的相似性, 通过分形维数这一特征, 参数从大尺度数据来插值拟合微观细节, 显然能取得更好的效果. 根据非线性理论, 混沌与分形具有密切的联系. 混沌的运动轨迹或吸引子就是分形集, 混沌的高度无序混乱性反映在分形的无穷复杂性上. 在时间序列分析中, 说某一个过程是分形的, 或是混沌的, 本质上是一致的. 因此, 利用分形模型来内插恢复多径信号更为合适. 以下提出一种基于分数布朗运动(FBM: Fractional Brownian Motion)的分形插值方法.

FBM 是一种常用的分形数学模型. 各种具有分形特征的噪声时间轨迹, 如生电信号、语音信号、电子器件噪声、地中海杂波、网络突发业务等等都是 FBM. 称时间序列 $B_H(t)$ 是 FBM, 若 $B_H(t_2) - B_H(t_1)$ 服从零均值高斯分布, 且方差满足:

$$\text{Var}[B_H(t_2) - B_H(t_1)] = R^2 |t_2 - t_1|^{2H} \quad (7)$$

其中 H 是 Hurst 指数, 它与分维 D 之间具有下列关系:

$$D = 2 - H \quad (8)$$

分数布朗运动具有统计自相似性, 使得能利用简单的算法来构造复杂的分形信号. 构造算法常常是一个迭代过程, 方法有很多种, 这里采用随机中点位移算法^[8].

考虑一个分数布朗运动 $B_H(t)$, 已知 $B_H(0)$ 和 $B_H(1)$, 可以按照下式计算两者中点 $B_H(1/2)$ 的值

$$B_H(1/2) = [B_H(1) + B_H(0)]/2 + S_1 \quad (9)$$

式中 S_1 是均值为 0, 方差为 R_1^2 的高斯随机变量. 根据式(7)和(9), 有

$$\begin{aligned} R_1^2 &= \text{Var}[B_H(\frac{1}{2}) - B_H(0)] - \frac{1}{4}\text{Var}[B_H(1) - B_H(0)] \\ &= \frac{R^2}{2^{2H}}(1 - 2^{2H-2}) \end{aligned} \quad (10)$$

综合式(9)和(10), 可以构造得到 $B_H(1/2)$. 同理, 以 $B_H(0)$ 和 $B_H(1/2)$ 为新的端点可以拟合 $B_H(1/4)$, 以 $B_H(1/2)$ 和 $B_H(1)$ 为端点来拟合 $B_H(3/4)$, 进行第 2 层迭代. 依次类推, 在第 n 层迭代中, 取

$$R_n^2 = \frac{R^2}{(2^n)^{2H}}(1 - 2^{2H-2}) \quad (11)$$

随着迭代次数的增多, 迭代深度的增加, 随机中点位移法将构造出 FBM 更加细微的结构.

对于多径衰落, 如果得到了它在某一采样间距 S_{t_1} 上的实测时间序列 $\{x(t_i); i = 1, 2, \dots, L; t_{i+1} - t_i = S_{t_1}\}$, 首先, 对

$x(t_i)$ 在尺度 S_{t_1} 上进行分形分析和统计分析. 关联维数 D_2 是一种分维 D , 所以可以通过计算它再根据式(8)求取参数 H ; 利用数理统计的方法求取方差 $R^2 = \text{Var}[x(t_{i+1}) - x(t_i)]$ ($i = 0, 1, \dots, L-1$). 然后, 在每个区间 $[t_i, t_{i+1}]$ 内利用 $x(t_i)$ 、 $x(t_{i+1})$ 、 H 、 R^2 构造多径信号在尺度 S_{t_2} 上的细节 $\{x(t_{i,j}); j = 1, 2, \dots, K-1; t_{i,j+1} - t_{i,j} = S_{t_2}, S_{t_2} = S_{t_1}/K\}$, 构造时采用随机中点位移法. 由此可见, 如果多径衰落本身具备 FBM 特性, 那么只要有足够的原始数据量来求取 H 和 R^2 , 就可以利用分形插值方法来拟合系统在一定微观尺度上的复杂细节.

4 实验结果与分析

本文中采用的多径衰落信号引自文[9, 10], 是移动通信系统在不同蜂窝罩环境下的两组实测数据. 首先, 对多径信号分析了其关联维数随嵌入维数的变化曲线, 结果如图 1 所示. 并计算得到它们的最大 Lyapunov 指数, 分别为 0.0316、0.0507. 同时为了进行比较, 我们分析了瑞利、莱斯和对数正态分布三种多径衰落传统随机模型的关联维数, 结果如图 2.

通过上述实验分析, 可以得出下列结论:

(1) 由图 1、2 可见, 随着 m 的增大, 多径衰落的关联维数都收敛到一个饱和值, 而随机过程的关联维数几乎是线性增长, 并不收敛, 两者呈现出截然不同的变化趋势. 这表明, 多径信号的相空间维数是有界的, 受一个低维的动力系统控制. 其复杂性中存在着确定性的一面, 并不象传统随机模型那样认为多径衰落具有无穷维的自由度.

(2) 多径衰落关联维数的稳定值分别为 1.70 和 1.76, 都大于其拓扑维数 1. 分形理论通过分维的非整数性来刻画对象的粗糙度, 它的一个定义是指其分维严格大于拓扑维数. 这表明, 多径衰落的吸引子具有分形特征, 观测时间序列表现出随机无规律性, 具有精细的结构, 并不象确定性线性系统那样具有平滑可微的时空演化过程.

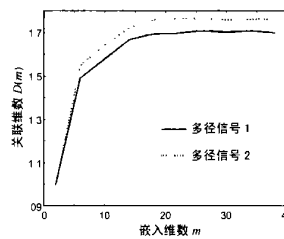


图 1 多径衰落的关联维数

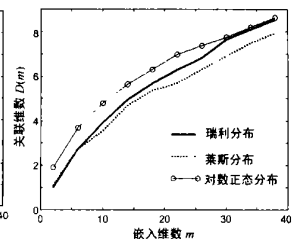


图 2 随机信号的关联维数

(3) 两组多径衰落的最大 Lyapunov 指数均为正值, 这进一步揭示了其演化轨迹复杂随机性的生成机理: 由于动力系统的非线性特点, 吸引子时空演化很快, 多径衰落表现出对初始条件的敏感依赖性. 我们知道, 个人通信系统中蜂窝小区的传播环境复杂多样, 并且还处于时变状态. 因此, 在实际测量中不同小区不同时刻, 传播环境的响应))) 多径信号呈现出明显的动态差异变化和几乎不可预测性, 在确定性中体现出复杂随机性的另一面.

(4) 当嵌入维数大于 18 时, 多径衰落的关联维数收敛到饱和值. 我们知道, 嵌入定理是重构一个较高维的状态空间去

研究原始相空间. 因此, 多径动力系统的自由变量数可能小于

18, 这对进一步的研究具有指导意义.

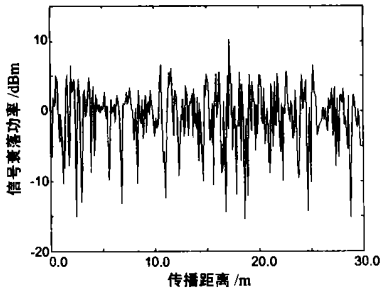


图3 多径衰落的实测数据

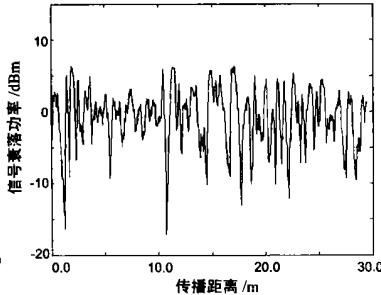


图4 重构的多径信号(内插31点)

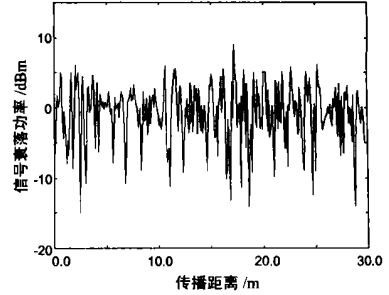


图5 重构的多径信号(内插7点)

最后, 利用分形模型对两组多径信号进行了各种点数的插值重构. 其中文[9]的原始数据, 分别进行31点和7点内插拟合的结果如图3、4、5所示, 可以看出重构信号与原始信号非常相似. 并且内插点数越少, 亦即两级尺度相差越小, 原始采样点数越多, 重构信号就越接近原始数据. 同时为了与传统随机模型进行比较, 我们也利用瑞利等分布对多径衰落进行了插值重构. 为了定量地评价各种内插模型对实际信道的拟合性能, 这里采用了Cramer-Von Mises 准则^[9], 拟合误差 X^2 越小, 拟合度越好. 拟合误差定义如下:

$$X^2 = \int_0^1 [P(x) - P^*(x)]^2 dP(x) \quad (12)$$

其中 $P^*(x)$ 是重构信号的概率分布函数, $P(x)$ 是原始数据的概率分布函数. 几种内插模型拟合误差的计算结果如表1所示. 可以看出, 不论是内插31点还是7点, 对于两组原始实测数据, 分形模型的拟合误差都是最小的, 且存在明显的改善.

表1 拟合误差

内插模型	分形FBM	瑞利分布	莱斯分布	对数正态分布	
多径信号 1	$X^2(K=31)$	2.91e-2	1.01e-1	5.89e-2	1.28e-1
	$X^2(K=7)$	5.32e-3	2.15e-2	8.31e-3	7.36e-2
多径信号 2	$X^2(K=31)$	2.84e-2	6.45e-2	9.77e-2	1.68e-1
	$X^2(K=7)$	3.57e-3	7.23e-3	1.24e-2	1.43e-1

结果表明, 采用分形插值方法对多径信号的拟合性能更好, 能更精确地重构多径衰落. 这进一步证明了多径信道本身的分形特性, 即与传统的随机模型相比, 非线性模型能够更加有效地揭示多径衰落生成的动力机制, 更准确地描述信号在无线信道中的传播特性.

5 结论

本文针对现场实测数据分析了多径衰落确定性与随机性相互矛盾统一的非线性动力特征: 通过考察关联维数验证了其动力机制的有限维自由度, 体现出确定性的一面; 通过计算最大Lyapunov指数考察了系统的非线性时空演化特性, 对初始条件的敏感造成复杂随机性的另一面. 最后利用非线性分形机制对多径信号进行了较精确的重构. 这些结果表明, 传统的随机模型并非是最合适的, 多径衰落既非一个确定性线性系统, 也非纯随机过程, 而是一个受某些确定性规律控制的复杂非线性有限维动力系统.

参考文献:

- [1] S Haykin, X B Li. Detection of signals in chaos [J]. IEEE Proceedings, 1995, 83(1): 95- 122.
- [2] T Lo, H Leung, J Litva, S Haykin. Fractal characterization of sea2scattered signals and detection of sea2surface targets [J]. IEE Proceedings2 F, 1993, 140(4): 243- 250.
- [3] D L Jaggard, X Sun. Scattering from fractally corrugated surfaces [J]. Optical Society of America Journal(A): Optics and Image Sciences, 1990, 7(6): 1131- 1139.
- [4] 王显德等. 基于倾斜地面上分形树的电磁散射研究 [J]. 电子学报, 1999, 27(9): 48- 51.
- [5] F Takens. Detecting strange attractor in turbulence [J]. Lecture Notes in Mathematics, 1981, 898: 366- 381.
- [6] P Grassberger, I Procaccia. Measuring the strangeness of strange attractor [J]. Physica D, 1983, 9: 189- 208.
- [7] 杨绍清等. 一种最大李雅普诺夫指数估计的稳健算法 [J]. 物理学报, 2000, 49(4): 636- 640.
- [8] B B Mandelbrot. A fast fractional gaussian noise generator [J]. Water Resources Research, 1971, 7: 543- 553.
- [9] M Lecours, I Y Chouinard, G Y Delisle, J Roy. Statistical modeling of the received signal envelope in a mobile radio channel [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1988, 37(4): 204- 212.
- [10] J B Andersen, T S Rappaport, S Yoshida. Propagation measurements and models for wireless communications channels [J]. IEEE Communications Magazine, 1995, 33(1): 42- 49.

作者简介:



胡刚男, 1974年4月生于湖北省荆门市, 2002年获西安交通大学信息与通信工程博士学位, 现主要从事第三代移动通信系统信道模型及信道估计等方面的研究. Email: ghu@mailst.xjtu.edu.cn

朱世华 1950年1月生于上海市, 西安交通大学教授、博导, 1987年获英国 ESSEX 大学电子系统工程博士学位. 现主要从事移动通信、数字传输和程控交换等方面的研究.